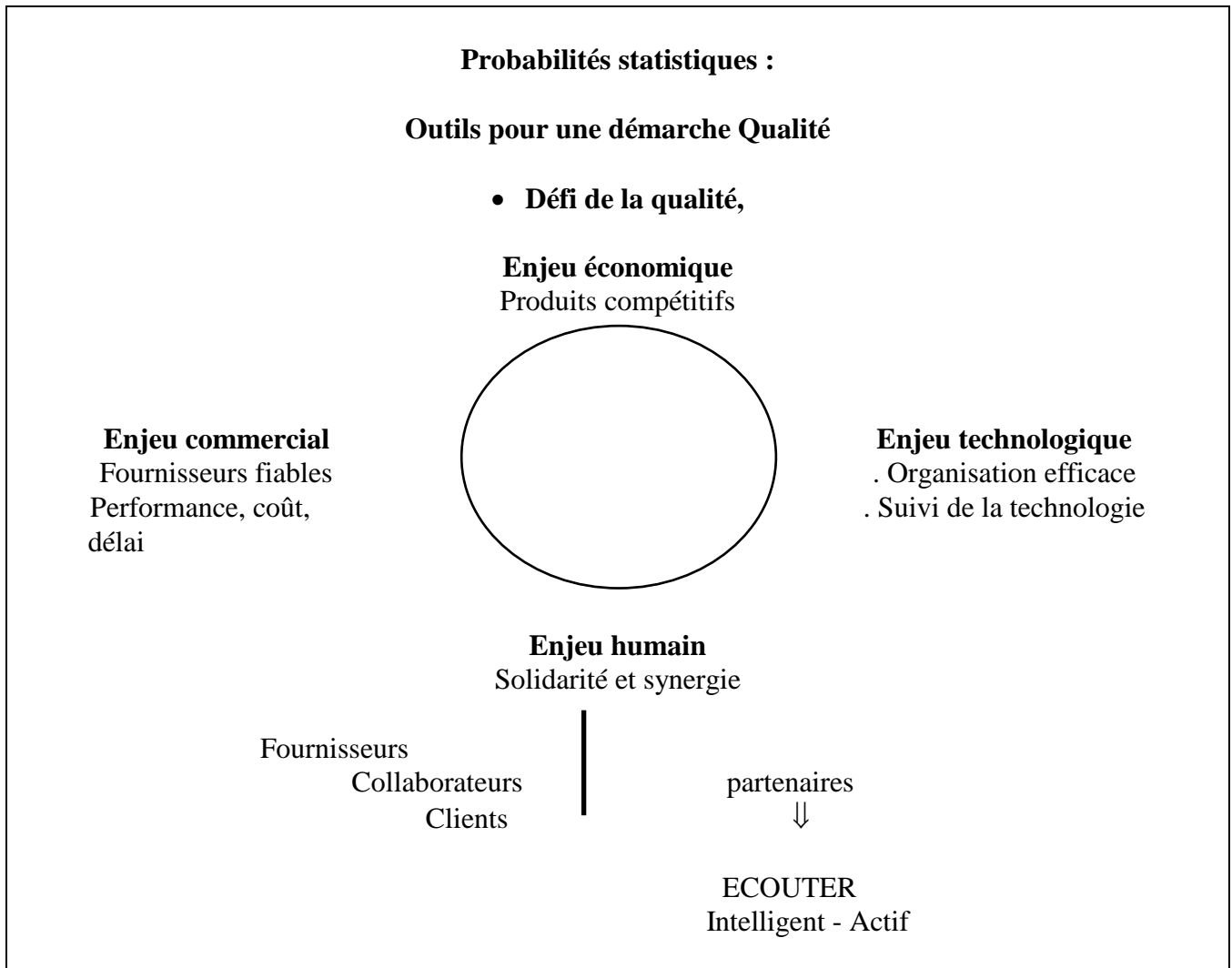


C1

PARTIE I : Probabilités statistiques : outils pour une démarche qualité



Actuellement l'entreprise ne peut se dispenser de relever le défi de la qualité, **étant donnés les enjeux auxquels elle est confrontée** :

- **L'enjeu commercial :**

La concurrence est exacerbée. Le client a maintenant un grand choix et peut sélectionner les **fournisseurs** qui seront les plus **fiables** en termes de performance du produit, coût, délai.

- **L'enjeu économique :**

La maîtrise de la qualité permet **d'abaisser le prix** de revient et **d'augmenter la compétitivité**

- **L'enjeu technologique :**

Pour fidéliser les clients et conquérir des nouveaux, l'entreprise doit être imaginative :

- **analyse** interactive **des besoins**, appréhender le marché,
- **suivre** les progrès **technologiques**,
- **structures** capables de réagir avec **efficacité** aux nouvelles données pour ne pas se laisser dépasser par la concurrence.

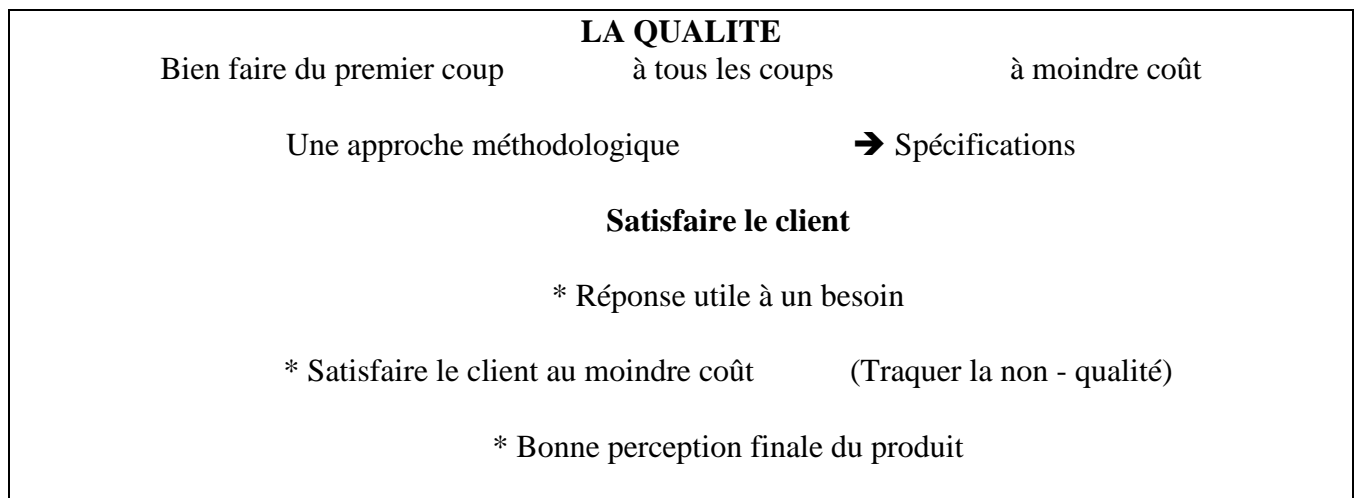
• **L'enjeu humain :**

- Amélioration des **conditions de travail**,
- Valorisation des travaux des acteurs dans l'entreprise,
- Développement de la solidarité et de la synergie.

En face du "client roi" et des contraintes du marché sans cesse en évolution, l'entreprise doit s'engager dans un processus d'amélioration permanente. Etablir un dialogue permanent avec ses clients, dans un véritable partenariat, devient l'attitude "qualité" indispensable pour développer le climat de confiance nécessaire à la fidélisation.

Cela nécessite de pratiquer une écoute active du client en l'aidant à clarifier leurs besoins implicites et leurs attentes et même de leur proposer une aide dans la résolution de leurs problèmes.

La Qualité : C'est **FAIRE BIEN DU PREMIER COUP**"... à tous les coups et au moindre coût
Cela veut dire que l'on aura tout prévu en amont pour être à l'abri des dérives et des "impondérables". Cela ne s'improvise pas. **Une approche méthodique** est nécessaire (satisfaire le client).



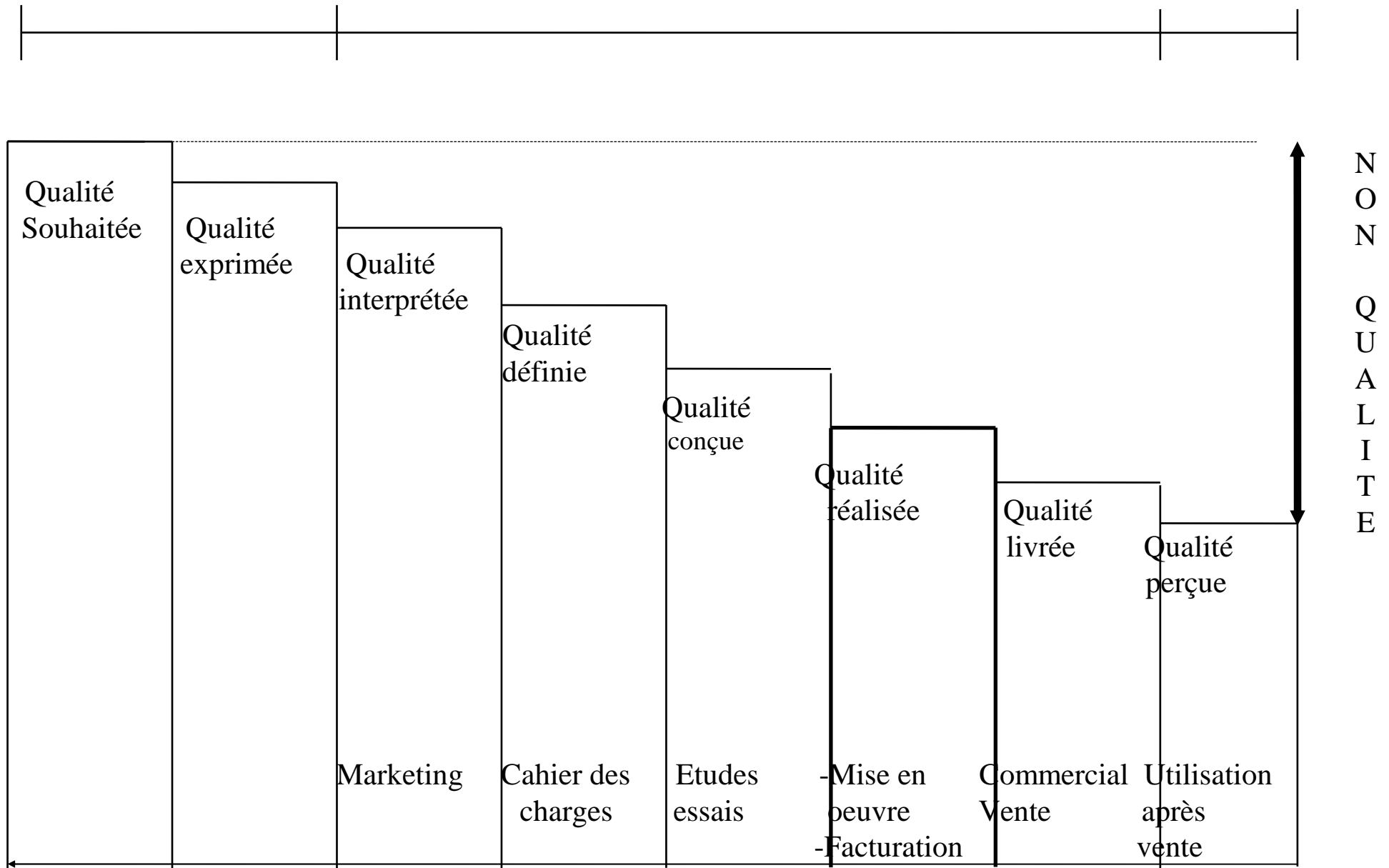
Dans l'environnement économique et commercial actuel, la qualité est obligatoire, à condition qu'elle soit bien cernée comme était la réponse utile, c'est-à-dire, la prise en compte des vrais besoins du client. Ne faire que ce dont le client à besoin et pas davantage.

Si l'on considère la qualité selon la définition admise par tous : "satisfaction du client au moindre coût", on constate que dans l'entreprise, depuis le **besoin réel du client**, jusqu'à **la perception** qu'il aura en **final** du produit et (ou) du service qu'on va lui livrer, il y a une **déperdition progressive** (tableau page 3) qui va représenter la non qualité globale générée par l'entreprise.

Le Client

L'entreprise

Le Client



Exp : en 1981 le coût de la non -qualité :

150 milliards de francs dans l'industrie du bâtiment

270 milliards de francs pour l'ensemble de l'activité industrielle nationale

13000 F/an/salarié

Alors pour

Réussir le défi de la qualité

- **Management de l'entreprise par la qualité**

Pour une entreprise la qualité **TOTALE** :

est une **POLITIQUE**

qui tend à la **MOBILISATION**

de tous ses **MEMBRES**

pour améliorer la qualité de :

ses **PRODUITS**

de son **FONCTIONNEMENTS**

de ses **OBJECTIFS**

en relation avec

L'EVOLUTION de son **ENVIRONNEMENT**

Les conditions indispensables pour la réussite de la démarche qualité sont contenues dans les cinq IMPERATIFS qui doivent **être déclinés** simultanément à travers toutes les actions mises en place :

- ① - Responsabilité,
- ② - Conformité,
- ③ - Prévention,
- ④ - Mesure,
- ⑤ - Excellence

① - **Responsabilité** :

- Mobilisation de l'intelligence de chaque acteur de l'entreprise,
- Respect des personnes, volonté d'informer, de communiquer, de les former, de fixer avec elles des objectifs clairs et raisonnables et leur donner la possibilité de progresser et d'être reconnus.
- Remise en cause de la façon de travailler et de commander,
- Obtenir l'adhésion des différents acteurs aux objectifs.

② - **Conformité**

- Identifier le besoin du client (interne ou externe)
- Traduire les besoins en spécifications
- Réaliser le produit (ou service) conformément aux spécifications

ISO9000 : Gestion de la qualité et l'assurance de la qualité et l'assurance de la qualité
Fournit des lignes directrices pour la sélection et l'utilisation d'une série de normes internationales sur les systèmes qualité qui peuvent être utilisés à des fins de **gestion interne de la qualité** (ISO9004) et à des fins d'assurance externe de la qualité. ISO9001 : modèle pour l'assurance de la qualité en conception/développement, production, installation et soutien après la vente.

ISO9002 : modèle pour l'assurance de la qualité en production et installation,

ISO9003 : modèle pour l'assurance de la qualité en contrôle et essais.

③ - Prévention

- Prévenir est mieux que guérir
- Détecter et corriger les sources de non conformités mieux qu'une (actions correctives) après coup qui est coûteuse
- Eviter un événement fâcheux nécessite une politique préventive optimisée.
- On investit dans le produit au fur et à mesure de son développement, un retour sur le process après le lancement en série est très coûteuse et très dommageable.
- Les actions correctives sont "10 000 fois" supérieures aux coûts des actions préventives.

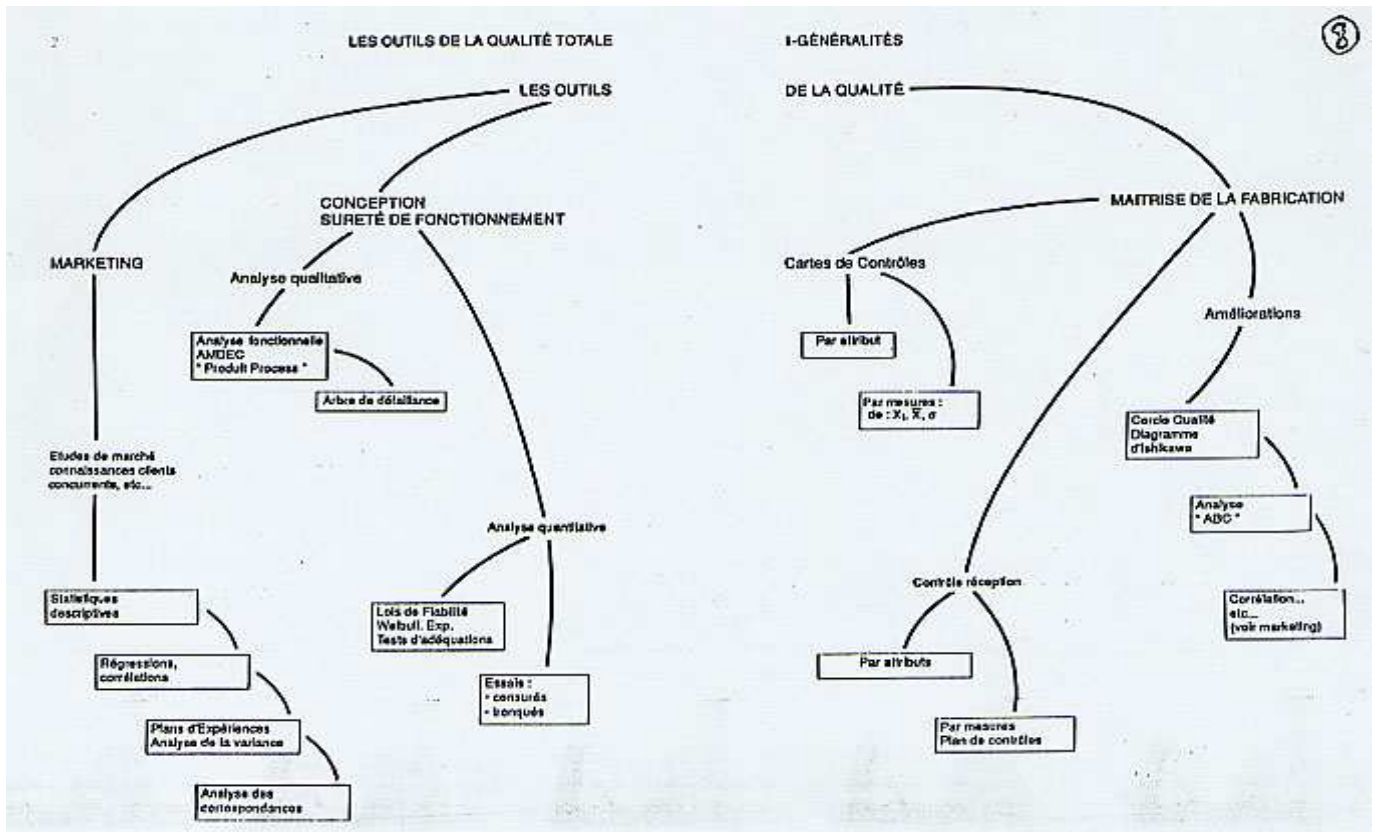
④ - Mesurer

- Localiser les champs ou les chantiers d'améliorations.
- Définir des indicateurs
ex. : nombre de rebuts, retouches, retours, remboursements, réclamation, retards,...
- Indicateur significatif
- Limiter le nombre de l'indicateur

Pour maintenir l'ensemble de l'entreprise dans une dynamique basée sur les impératifs cités : responsabilité, conformité, prévention, mesure, nous disposons d'un nombre de méthodes et d'outils qui permettent de construire la qualité, la fiabilité et la sûreté de fonctionnement au long du cycle de la vie d'un produit.

Le choix de l'outil dépend de la nature du **produit** analysé, de la typologie du problème associé, des connaissances de l'entreprise face à celui-ci, de la culture et des ressources dont elle dispose

- **Les méthodologies de résolution de problèmes.**
- **Les outils quantitatifs (MSP) ou qualitatifs (AMDEC)**

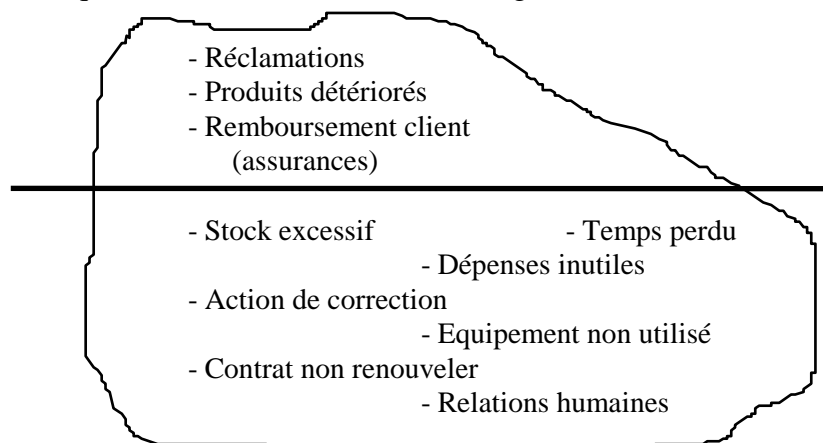


⑤ - L'Excellence

- Recherche du progrès permanent,
- Avoir l'attitude de vouloir le "zéro défaut" ou le "zéro erreur" (personne n'est infallible) mais l'erreur doit être une leçon pour progresser.
- "Traquer" la non-qualité la moins visible (ex. iceberg)

Non qualité

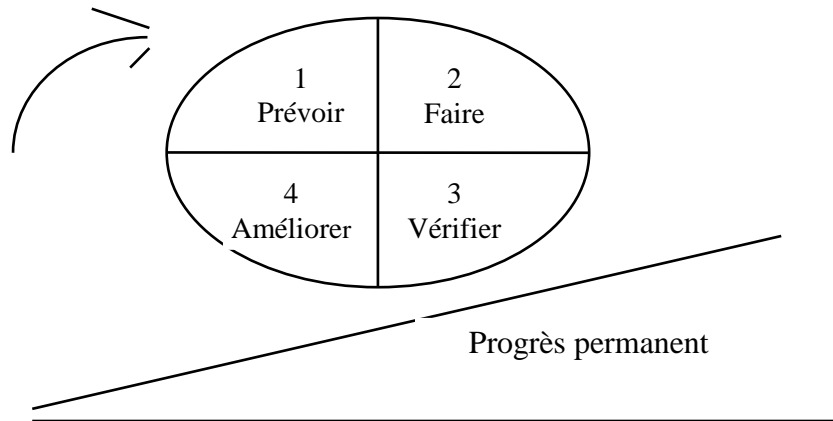
Visible 10%



Le cycle (ou roue) de DEMING illustre le dispositif d'amélioration permanente, nous y retrouvons les concepts clés de la qualité :

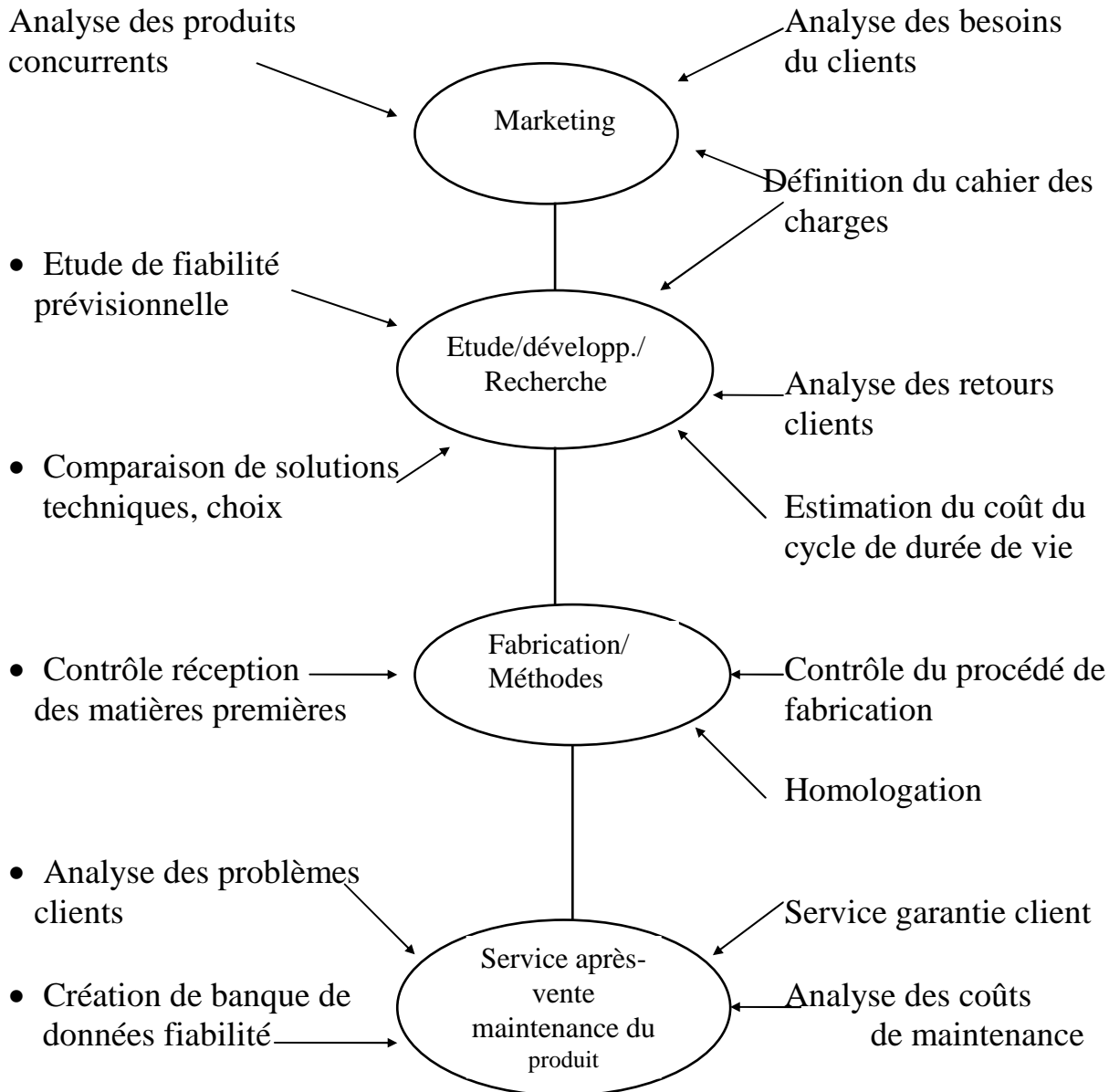
- 1- la prévention car on va planifier, organiser
- 2- se mettre en conformité avec ce qui a été prévu

- 3- mesurer si on a bien respecter les prévisions
- 4- réduire les écarts constatés, mettre en place des actions préventives
(Recommencer avec l'acquis en plus)



- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> 1) <i>Prévoir tout ce qu'il faut faire</i> 2) <i>Faire ce qui a été prévu</i> 3) <i>Vérifier que tout a été fait</i> 4) <i>Mesurer les résultats, améliorer et généraliser</i> | <ul style="list-style-type: none"> <i>(Prévention, planification, organisation)</i> <i>(En conformité/ce qui a été prévu)</i> <i>(Mesurer l'adéquation/objectifs)</i> <i>(L'amélioration)</i> |
|---|---|

PROCESS GLOBAL - PROBABILITES STATISTIQUES



PARTIE II: Introduction générale à la Fiabilité, Sûreté de Fonctionnement

Les origines de la fiabilité :

Le néologisme fiabilité a été admis par "l'Académie des Sciences avec la définition suivante (1962) :
"Grandeur caractérisant la sécurité de fonctionnement, ou mesure de la probabilité de fonctionnement d'un appareillage selon des normes prescrites"

Pour essayer de répondre à cet objectif, on peut montrer ce qu'il y a de radicalement différent aujourd'hui, par rapport à ce qui se passait il y a quelques années. En fait, ce qui est nouveau, c'est la prise de conscience de la nécessité, **pour un produit de conserver pendant longtemps sa bonne qualité de fonctionnement, afin que les coûts d'entretien ne soient pas énormément supérieurs au prix d'achat initial.**

Cette **importance soudainement** accordée à la **fiabilité** a été due, à l'origine, **au développement** des vastes **systèmes d'armes** et à l'arrivée des **systèmes spatiaux**. mais, peu à peu, cette préoccupation a touché le domaine civil, à tel point que l'industrie japonaise a acquis la réputation de qualité que nous connaissons. En effet, le Japon est le premier pays à critiquer la démarche qualité dans ses usines et son industrie.

La fiabilité des produits de l'Industrie s'est progressivement dégradée d'une part à cause des raisons liés à la production de masse de produits destinés à être rapidement consommés, d'autre part à cause de la véritable révolution technique. **L'industrie devant fournir avec des délais de plus en plus réduits des produits mettant en oeuvre des techniques nouvelles** résultant de découvertes de plus en plus récentes. Ces produits étant de plus en plus complexes, et les structures devenant de plus en plus vastes, pour des raisons de rentabilité.

Conséquence d'une fiabilité insuffisante :

- L'insuffisance de fiabilité d'un équipement a des conséquences fâcheuses sur les coûts, le temps perdu, et souvent même sur la sécurité du personnel, sans parler de **l'effet psychologique** néfaste que les défaillances du matériel provoquent chez les utilisateurs.

En ne s'intéressant momentanément qu'aux coûts, il faut toujours avoir présent à l'esprit que **le coût d'une défaillance ne se réduit pas au prix de la pièce hors d'usage**. Au point de vue technique, il faut **tenir compte des dégradations** ou destructions **secondaires, provoquées par la défaillance initiale d'une seule pièce** : le cas est particulièrement flagrant si l'on envisage le risque de destruction d'une fusée par suite de la défaillance d'un simple transistor ! Mais il ne faut pas oublier de faire entrer dans le coût des défaillances des éléments économiques tels que :

- * **les frais entraînés par la nécessité d'acheter un nombre surabondant de matériels, afin de pouvoir remplir les missions imposées avec une probabilité de succès suffisante :**
 - les frais occasionnés par la nécessité de **disposer, en permanence d'équipes de maintenance** nombreuses et expérimentées ;
 - les frais annexes supportés par les pièces de rechange : en particulier **les frais de magasinage**, de transport, ainsi que l'intérêt de l'argent immobilisé pour la création et le maintien du stock ;

- enfin, pour les matériels loués, les manques à gagner qui peuvent être représentés par les pertes de loyer pendant les durées d'indisponibilités des équipements.

Il est évident que **l'amélioration de la fiabilité coûte**, et qu'un produit fiable sera généralement plus onéreux en prix d'achat. Mais c'est compte tenu du bilan portant sur la durée totale d'utilisation du produit qu'apparaît pleinement la justification du prix attaché à l'amélioration de la fiabilité.

Définitions et principaux concepts :

Dans la pratique, on constate l'existence de plusieurs définitions de la fiabilité. **Au sens commun**, la notion de fiabilité correspond à **la confiance de l'utilisateur dans le matériel qu'il utilise**.

Au sens large, cette discipline (science des défaillances) peut couvrir les domaines d'activité suivants :

- l'analyse de défaillance des systèmes,
- la fiabilité opérationnelle,
- les banques de données de fiabilité,
- les essais de fiabilité,
- la fiabilité prévisionnelle
- les méthodes prévisionnelles de fiabilité et de sécurité,
- l'assurance de la fiabilité et de la qualité.

Au sens strict, la fiabilité est "l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant une durée donnée".

Le terme "dispositif" désigne ici tout composant, sous-système, système ou équipement que l'on peut considérer individuellement et essayer séparément.

Par **le terme "fonction requise"** on entend une fonction ou un ensemble de fonctions dont le dispositif doit accomplir.

Au sens mathématique, la fiabilité est mesurée par **la probabilité que le dispositif accomplisse une ou plusieurs fonctions requises dans les conditions données, pendant une durée donnée**, suivant les dispositifs, la notion de période de temps devra être remplacée par celle du nombre de cycles, de la distance parcourue.

Qualité et Fiabilité :

Qualité : "Aptitude d'un produit ou d'un service à satisfaire les besoins des utilisateurs".

En toute rigueur, la qualité d'un produit est caractérisée, **non seulement par sa conformité aux spécifications** qui la définissent, **mais encore par son aptitude à rester conforme à ses spécifications pendant sa durée de vie**. Alors, **l'une des caractéristiques** fondamentales d'un produit **qui concourt à la qualité est sa fiabilité, c'est-à-dire son aptitude à conserver ses caractéristiques d'origine**.

L'usage assez répandu désigne par **qualité la conformité du produit à sa spécification à sa sortie d'usine ; la fiabilité est alors son aptitude à y demeurer conforme au cours de la période d'utilisation. La fiabilité devient alors une extension de la qualité dans le temps**.

En réalité, ces **deux notions** sont **très liées** ; les méthodes d'analyse prévisionnelle de **sûreté de fonctionnement** peuvent être considérées comme un moyen parmi d'autres pour assurer la qualité des produits industriels.

Sûreté de fonctionnement

Au sens large, la sûreté de fonctionnement sera définie comme **la science de défaillances**, elle inclut ainsi **leur connaissance, leur évaluation, leur prévision, leur mesure et leur maîtrise**.

Au sens strict, la sûreté de fonctionnement est l'aptitude d'un dispositif à satisfaire à une ou plusieurs fonctions requises dans des conditions données. Elle peut être caractérisée par les concepts suivants :

- **la fiabilité** : c'est l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant une durée donnée. La fiabilité est généralement mesurée par la probabilité qu'une entité E accomplisse une fonction requise, dans les conditions données, pendant l'intervalle de temps [0;t] :

$$R(t) = P [E \text{ non défaillante sur } [0;t]]$$

L'aptitude contraire sera dénommée "défiabilité"; sa mesure est notée $R(t) = 1 - R(t)$

Termes concernant la fiabilité :

- **Fiabilité estimée** : c'est la fiabilité d'un produit mesurée au cours d'essais spécifiques effectués avec un programme d'essais entièrement défini.
- **Fiabilité prédite** : c'est la fiabilité calculée sur la base d'un modèle mathématique défini, à partir des données du projet et de la fiabilité estimée ou prédite de ses composants, en tenant compte des conditions d'exploitation prédéterminées.
- **Fiabilité opérationnelle** : c'est la fiabilité observée sur les produits en exploitation normale. Elle dépend des conditions réelles d'utilisation, de l'ambiance entourant les produits, de l'influence du personnel de maintenance et d'exploitation.
- **Probabilité de survie** : c'est la probabilité de ne pas avoir de défaillance dans des conditions d'utilisation déterminées, pendant une durée de fonctionnement donnée. La probabilité de survie est la valeur numérique de la fiabilité.
- **La disponibilité** : c'est l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données et à un instant donné. La disponibilité est généralement mesurée par la probabilité qu'une entité E soit en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données à un instant t donné :
 $A(t) = \text{Proba} (E \text{ non défaillante à l'instant } t)$. L'aptitude contraire sera dénommée "indisponibilités", sa mesure est notée : $A(t) = 1 - A(t)$
- **La maintenabilité** : c'est l'aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablir dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données avec des procédures et des moyens prescrits.

La maintenance est généralement mesurée par la probabilité que la maintenance d'une entité (E) accomplie dans des conditions données, avec des procédures et des moyens prescrits, soit achevée au temps t, sachant que l'entité est défaillante au temps $t = 0$: $M(t) = P$ (la maintenance de E est achevée au temps t)

Dans un souci de simplification, on peut écrire :

$M(t) = P$ [E est réparée par [O;t]] = L'aptitude contraire sera dénommée "Immaintenabilité" sa mesure est notée: $M(t) = 1 - M(t)$

Cette notion ne concerne que les systèmes réparables. En d'autres termes, la maintenabilité caractérise l'aptitude d'un système à reprendre l'accomplissement de sa fonction (ou de ses fonctions) après défaillance. (maintenance préventive, correction programmée, non programmée).

- **La sécurité** : c'est l'aptitude d'une entité à éviter de faire apparaître, dans des conditions données, des événements critiques ou catastrophiques.
- **La durabilité** : aptitude d'une entité à demeurer en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données d'utilisation et de maintenance jusqu'à ce qu'un état limite soit atteint.
- **La continuité** : aptitude d'un service, une fois obtenu, à continuer d'être fourni dans des conditions données et pendant la durée voulue.
- **La servabilité** : aptitude d'un service à être obtenu à la demande d'un usager et à continuer d'être fourni pendant la durée voulue, avec des tolérances spécifiées et dans des conditions données.

Termes concernant le temps :

- **Intervalle de temps en défaillances** :
Durée de fonctionnement d'un dispositif réparable entre deux défaillances consécutives.
- **Moyenne des temps de bon fonctionnement**
M.T.B.F. : moyenne des durées de fonctionnement entre défaillances consécutives.
- **Durée de vie** :
Durée de fonctionnement jusqu'à défaillance d'un dispositif irréparable.
- **Durée de mission** :
Durée de fonctionnement spécifiée d'un dispositif, servant à l'évaluation de sa fiabilité.

Remarque : Dans le cas des systèmes, la durée de mission correspond souvent au temps séparant deux périodes de maintenance programmée.

INTRODUCTION A LA FIABILITE

1962 "Grandeur caractérisant la sécurité de fonctionnement, ou mesure de la probabilité de fonctionnement d'un appareillage selon des normes prescrites".

Motivation :

- Conserver la qualité du produit,
- Coût d'entretien (révision),
- Compétitivité.

Premiers :

- Systèmes d'armes
- Systèmes spatiaux
- Nucléaire
- Civil

Exemple : Japon

CONSEQUENCES D'UNE FIABILITE INSUFFISANTE

- Risque sur la sécurité du personnel,
- Coût élevé, temps perdu,
- Effet psychologique.

COÛT D'UNE DEFAILLANCE :

- Dégradations secondaires,
- Frais supplémentaires
 - Nombre surabondant de matériels,
 - Disposer en permanence d'équipes de maintenance,
 - Frais de magasinage (location)

LA FIABILITE : COÛTE

- Optimisation

fiabilité ↔ coût

SURETE DE FONCTIONNEMENT (SdF)

Au sens large :

- La science des défaillances : connaître, évaluation, prévision, mesure, maîtrise.

Au sens strict : -----Voir Fiabilité-----

Fiabilité - Disponibilité - Maintenabilité -

Fiabilité : $R(t) = \text{Proba [E (entité) non défaillante sur [O;t]]}$ (défiabilité = $Q(t) = 1-R(t)$)

Approche de la fiabilité :

Estimée : mesurée au cours d'essais,

Prévisionnelle : mesurée à partir de considération sur la conception du système

Opérationnelle : observée sur des produits en exploitation normale.

Disponibilité :

Aptitude d'un **dispositif** à être **en état d'accomplir** une fonction requise dans des conditions données et à **un instant donné** = $A(t)$ Proba [E (entité) non défaillante à l'instant t]
(Indisponibilité : $A(t) = 1-A(t)$)

Maintenabilité :

Aptitude **d'une entité** à être maintenue ou **rétablie dans un état** dans lequel elle peut accomplir une fonction requise = $M(t) = \text{Probabilité que la maintenance d'une entité (E) accomplie dans des conditions données, avec des procédures et des moyens prescrits, soit achevé au temps t, sachant que l'entité est défaillante au temps t=0} \Rightarrow \text{Proba (la maintenance de E est achevée à t) = Proba [E est séparée sur [O;t]]}$ (Immaintenabilité = $M(t) = 1 - M(t)$)

"Entité réparable"

Sécurité :

Aptitude d'une entité à **éviter de faire apparaître** dans des conditions données, des événements critiques ou catastrophiques.

Durabilité :

Aptitude d'une entité à **demeurer en état** d'accomplir un fonction requise **dans des conditions données** d'utilisation et **de maintenance** jusqu'à ce qu'un **état limite soit atteint**.

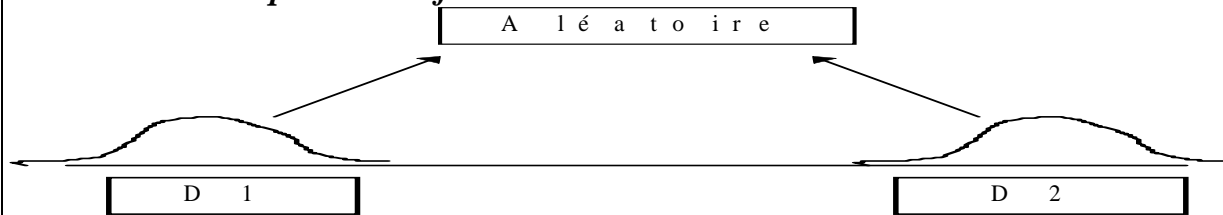
Continuabilité :

Aptitude **d'un service, une fois obtenu, à continuer d'être fourni** dans des conditions données et **pendant la durée voulue**.

Servibilité : Service prêt (à la demande de l'utilisateur) et continu pour la "durée voulue".

TERMES CONCERNANT LE TEMPS

Intervalle de temps entre défaillances :



Durée de fonctionnement d'un dispositif réparable entre deux défaillances consécutives.

D : aléatoire

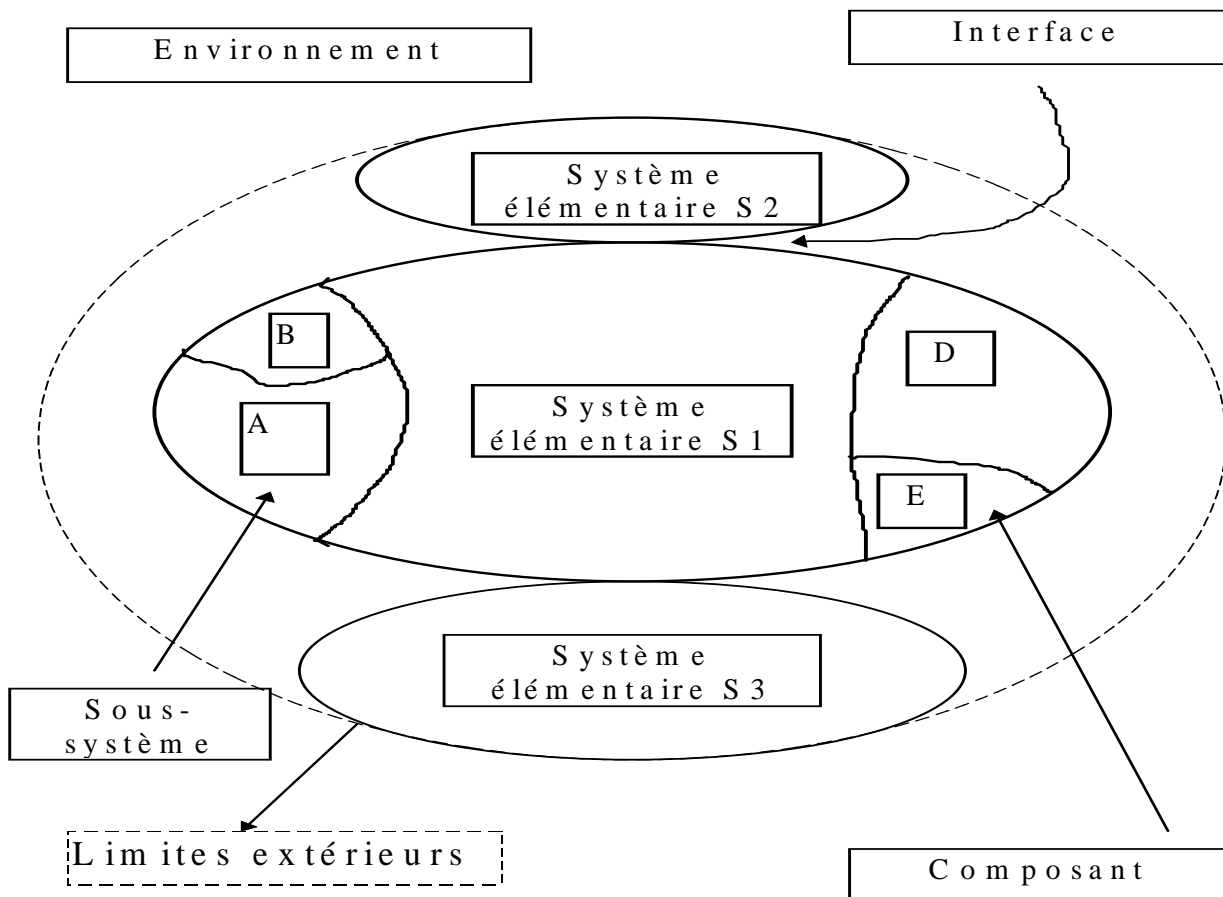
Moyenne des temps de bon fonctionnement : M.T.B.F. = Moyenne des (D)

Durée de vie : Durée de **fonctionnement jusqu'à défaillance** d'un dispositif irréparable.

Durée de mission :

Durée de fonctionnement spécifiée d'un dispositif, servant à l'**évaluation** de sa **fiabilité**.

SYSTEME, DISPOSITIF



(Pièce) \subset (Composant) \subset (Sous-système) \subset (Système élémentaire) \subset (Système)

DEFAILLANCES

Cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise.

Classification en fonction de la rapidité de leur manifestation :

Défaillance progressive : Modification dans le temps des caractéristiques d'une entité.

Défaillance soudaine : Imprévisible (déverminage)

Classification en fonction de leur amplitude :

Défaillance partielle : déviation des caractéristiques au-delà des limites spécifiées **sans** entraîner une **disparition complète** de la fonction requise.

Défaillance complète : déviation des caractéristiques au-delà des limites spécifiées qui entraîne la **disparition** de la fonction requise.

Classification en fonction de la rapidité de leur manifestation et de leur ampleur :

Défaillance catalectique : Soudaine et complète à la fois.

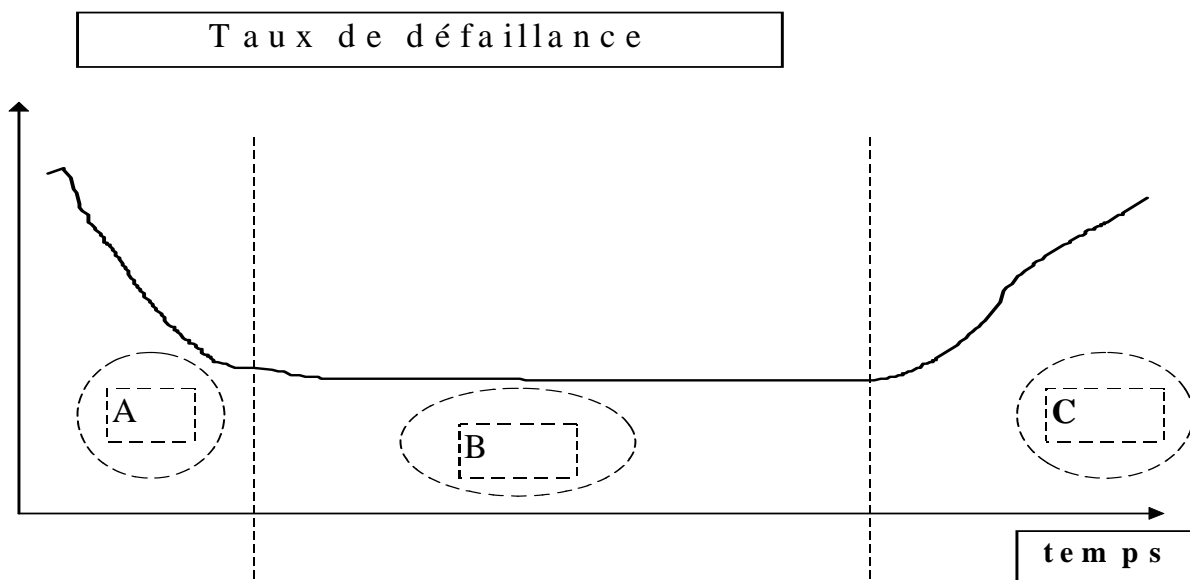
Défaillance par dégradation : Progressive et partielle.

Classification en fonction de leur date d'apparition dans le cycle du système:

Taux de défaillance :

(Entités ayant survécu à un instant t et qui ne sont plus en vie à $t+\Delta t$)/ Δt

Courbe en "baignoire"



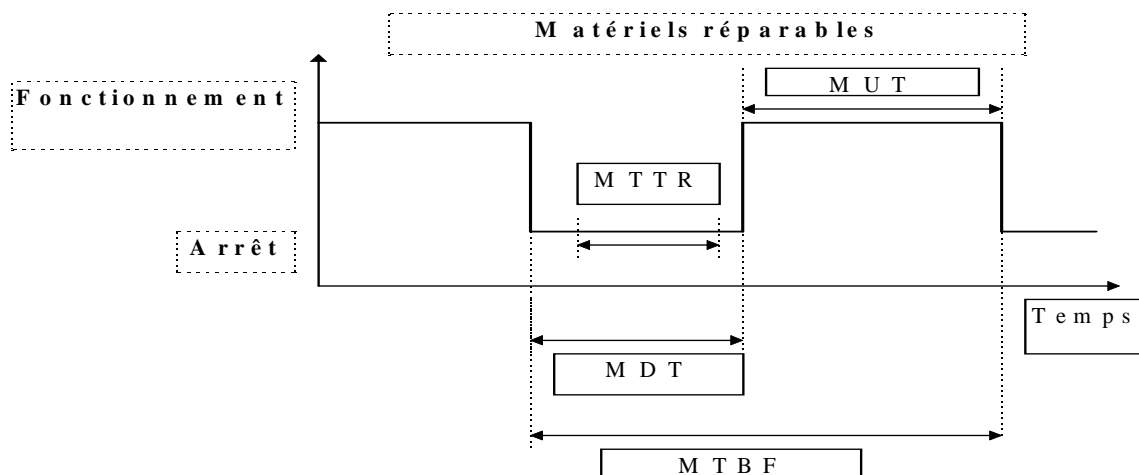
A) Défaillance précoce ou de jeunesse : (décroissance rapide)

B) Défaillance à taux constant (durée de vie utile)

C) Défaillance d'usure : (rapidement croissant)

"Modes de défaillances"

SCHEMAS



MUT : Moyenne des temps de fonctionnement (Mean Up Time)

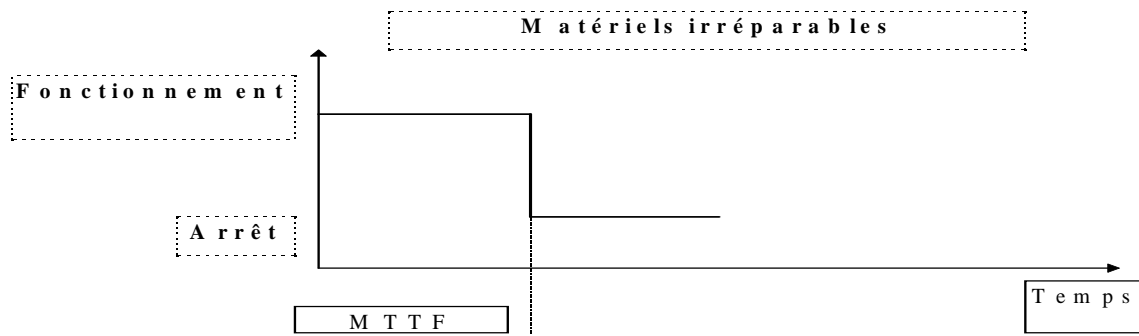
MDT : Moyenne des temps d'arrêt (Mean Down Time)

MTBF : Moyenne de temps entre défaillance (Mean Time Between Failure)

MTTR : Moyenne des temps de réparation (Mean Time To Repair)

si $MTTR \ll MTBF \Rightarrow MUT = MTBF$

Matériels non réparables :



MTTF : Moyenne des temps de défaillance (Mean Time to Failure)

GESTION DES EVENEMENTS ALEATOIRES

- Le dispositif "A" fonctionne ; on dit on a l'événement A

- Le dispositif "A" ne fonctionne pas ; on dit on n'a par l'événement A (on a \bar{A})

Boîte à outils (Algèbre de BOOLE)

3 opérations - Union (U) - Intersection (\cap) - Négation (-)

- **Commutativité de U et \cap**

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

- **Associativité de U et \cap**

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

- **Absorption**

$$A \cap (A \cup B) = A$$

$$A \cup (A \cap B) = A$$

- **Distributivité de U et \cap**

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

- **Éléments neutres et complémentation**

$$B \cap (A \cup \bar{A}) = B$$

$$B \cup (A \cap \bar{A}) = B$$

AXIOMES

- n°1 $P(\text{événement certain}) = 1$
 n°2 $0 \leq P(E) \leq 1$
 n°3 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ si $E_1 \cap E_2 = \emptyset$
 $P(E_1 \cup E_2) = 1$ si $E_1 \cup E_2 = \text{événement certain}$
 $(P(E_2) = 1 - P(E_1))$
 $P(\emptyset) = 0$

PROBABILITE :

$P(E) = \frac{\text{nombre événements favorables}}{\text{nombre événements possibles}}$

$P(E) = \text{limite [fréquence]}$ N essais $\rightarrow \infty$

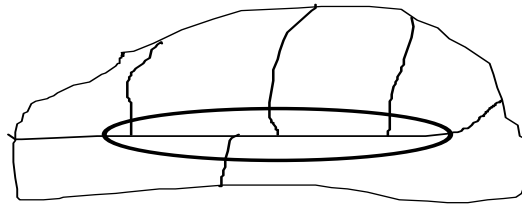
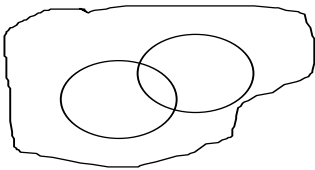
Événement non exhaustif ne modifie pas la population.

Événement exhaustif modifie la population.

THEOREME DE PROBABILITE

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$$



$B_i \cap B_j = \emptyset$ mutuellement incompatibles

. les B_i collectivement exhaustifs

$$\Omega = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n$$

$$P(A) = P(A \cap B_1) + \dots + P(A \cap B_n) = \sum P(B_i) P(A/B_i)$$

* Un circuit sera défaillant par suite de la défaillance de composants clés.

$P(A/B_i)$ = fiabilité du système A sachant le comportement de B_i

$P(B_i/A)$ = la fiabilité à posteriori des causes sachant le comportement de A

On démontre :

$$P\left(\frac{B_j}{A}\right) = \frac{P(B_j) P\left(\frac{A}{B_j}\right)}{\sum P(B_i) P\left(\frac{A}{B_i}\right)}$$

Formule de BAYES

APPLICATIONS A LA FIABILITE DES THEOREMES DE PROBABILITES

Fiabilité de Systèmes :

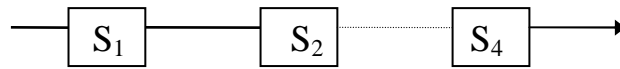
a) Un système qui ne fonctionne que si tous ses sous ensembles fonctionnent eux-mêmes : le système est de type SERIE au point de vue de la fiabilité.

si S = événement "le système fonctionne"
 S_i = événement "le sous-ensemble i fonctionne"

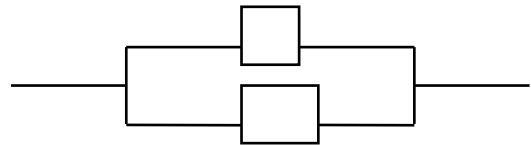
$$R = P(S) = P(S_1 \cap S_2 \cap S_3 \dots \cap S_n)$$

si $S_i \cap S_j = \emptyset$

$$R = \prod_{i=1}^n R_i$$



b) Si n sous-ensembles forment un système tel que la défaillance d'un composant ou d'un autre n'entraîne pas la défaillance du système.



$$R = 1 - P(\bar{S}) = 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^n \bar{S}_i\right) = 1 - \prod_{i=1}^n P(\bar{S}_i) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(S_i)) = \prod_{i=1}^n (1 - R_i)$$

ELEMENTS DE GESTION D'UNE V.A. (continu)

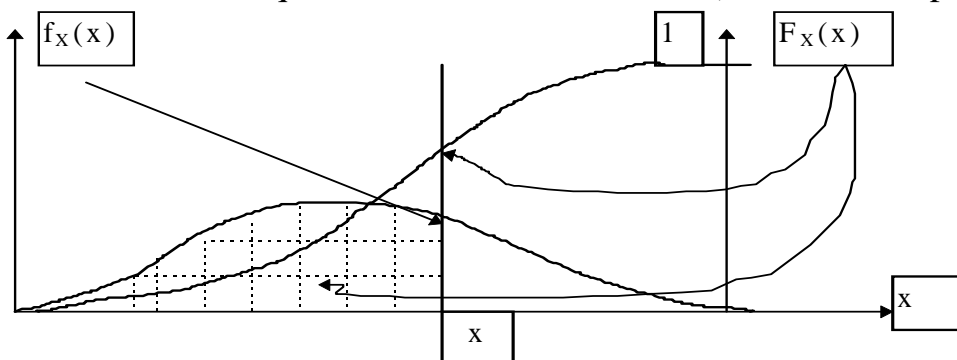
Histogramme des fréquences

Densité de probabilité

Estimateur

Histogramme des cumuls des fréquences

Probabilité (fonction de répartition)



$$F_X(x) = P(X \leq x); \quad f_x(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F_X(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = \frac{dF(x)}{dx}$$

$$f_x(x) dx = P(x < X \leq x+dx)$$

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t)dt \quad P(x_1 < X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_X(t)dt$$

DENSITE DE DEFAILLANCE ET DE REPARATION MTTF ET MTTR

T = "variable aléatoire : la durée de fonctionnement"

$$R(t) = P(T > t) = 1 - P(T \leq t) = 1 - F_T(t)$$

$dF_T(t) = F_T(t + \Delta t) - F_T(t)$ = probabilité que la première défaillance survienne dans l'intervalle de temps $[t; t + \Delta t]$ sachant que l'entité est en fonctionnement à $t=0 = f_T(t)dt$

$$MTTF = \int_0^{\infty} t f_T(t) dt = - \int_0^{\infty} t \frac{dR}{dt} dt = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

Si $M_T(t)$: fonction de répartition des temps de réparation

$G_T(t)$: fonction de densité des temps de réparation

$$MTTR = \int_0^{\infty} t G_T(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - M(t)] dt$$

TAUX DE DEFAILLANCE

- Taux instantané de défaillance :

A : "événement de survie jusqu'à t"; B : "événement de défaillance entre t et t+dt

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$$

Probabilité de défaillance entre t et (t+dt) =

(probabilité de survie jusqu'à t) * (Probabilité conditionnelle de défaillance entre t et (t+dt))

$$F(t + dt) - F(t) = (1 - F(t)) \cdot \frac{P(B/A)}{\lambda(t)dt}$$

$$\lambda(t)dt = \frac{F(t + dt) - F(t)}{1 - F(t)} = \frac{dF(t)}{1 - F(t)}$$

$\lambda(t)$ = taux instantané de défaillance

$$F(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad ; \quad f(t) = \lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad ; \quad R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad ;$$

Application

$$f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \quad E(T) = \int_0^{\infty} t f_T(t) dt = \frac{1}{\lambda}; \quad V(T) = \frac{1}{\lambda^2}; \quad F_T(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad R_T(t) = e^{-\lambda t};$$

$$\lambda(t) = \frac{f_T(t)}{R_T(t)} = \lambda$$

PARTIE III: Statistique descriptive

Introduction

Dans la plupart du temps, les données se présentent sous la forme suivante : on a relevé sur **n unités** appelés "**individus**" **p variables numériques**. Lorsque **n** et **p** sont grands, on cherche à synthétiser cette masse d'informations sous une forme exploitable et compréhensible. Une première étape consiste à décrire séparément les résultats obtenus pour chaque variable : c'est la description unidimensionnelle, phase indispensable dans toute étude statistique. De même pour l'étude du couplage ou l'interaction entre variables qui sont des informations que nous devons prendre en compte (corrélation, régression).

Le mot "**statistiques**" est pour le chercheur, l'ingénieur et le décideur et dans tous les cas, **inséparable des mots expériences, essais, échantillons, résultats numériques**.

En ce domaine comme en d'autres, il est clair que les procédures d'investigations et les résultats qui en découlent sont très liés. De même que la richesse de l'information et les outils d'analyse mise en oeuvre.

Dans tous les cas, il ne faut jamais oublier que **les n observations** à étudier **forment l'échantillon ξ_n** qui est explicitement ou implicitement **issu d'une population P_N** . Ainsi, trois objectifs sont à poursuivre :

- ❶ S'intéresser à l'échantillon, indépendamment du contexte global duquel il est issu. C'est la **statistique descriptive**.
- ❷ Depuis les informations fournies par l'échantillon, on souhaite en déduire des renseignements, au niveau de la population "mère", P_N , on désire en déduire des renseignements concernant un échantillon, réalisé ou à réaliser. C'est **l'échantillonnage**.

La **statistique descriptive ne nécessite pas de connaissances en probabilités**. Elle se développe depuis les questions posées à l'ingénieur. Il est toutefois judicieux **d'effectuer l'analyse descriptive** des données **en similitude avec les modèles liés aux probabilités**.

L'estimation et l'échantillonnage sont deux notions qui nécessitent la mise en oeuvre **des modèles** ou outils **probabilistes**. Il faut noter que la statistique descriptive est une démarche préalable à l'estimation et que d'une manière générale, tout problème de statistique a pour but d'établir des relations entre population et échantillon.

Définitions et rotations :

Echantillon :

Au niveau de la statistique descriptive, le caractère étudié étant noté **x**, on considère l'échantillon ξ_n comme étant la liste des **n réalisations** numériques **x_i** , résultant de la liste des **n expériences** élémentaire **e_i** . Mais si l'on répète, dans des conditions similaires plusieurs échantillons, on constate que la $i^{\text{ème}}$ expérience ne fournit pas la même réalisation x_i . Ceci conduit donc à considérer que x_i n'est pas la réalisation d'un paramètre déterministe, mais celle d'une variable aléatoire **X_i** "Réalisation du caractère, lors de la $i^{\text{ème}}$ expérience".

Finalement, un échantillon sera considéré successivement ou simultanément, comme :

- la liste de **n expériences** e_i notée $\{e_i\}$

- la liste de n variables aléatoires x_i , notée $\{x_i\}$
- la liste de leurs n réalisations x_i , notée $\{x_i\}$

Remarque :

Dans la plupart des développements, les v.a X_i sont supposées indépendantes ; hypothèse valable si les expériences sont indépendantes. Dans le cas contraire, les v.a X_i ne bénéficient plus de cette propriété et les développements deviennent délicats.

Notations :

a) Dans la population P_N , le caractère étudié X suit une loi L définie par une fonctionnelle et tribulaire de paramètres θ_j , telle que, $\forall x \in D_x$ (domaine de définition de x)

$L(X) = L(x, \theta_j)$, de fonction de répartition

$F_x(x) = F_x = F$ et de densité de probabilité

$f_x(x) = f_x = f$

Sous l'hypothèse d'indépendance des expériences, et de la "représentativité" de l'échantillon, dans ξ_n la loi de tout X_i est identique à la loi de X dans P_N , donc : $L(X_i) = L(X)$

b) On notera :

- dans P_N

$m = m_x$ la moyenne

$\sigma = \sigma_x$ l'écart type

$p =$ la probabilité

- dans ξ_n

\bar{x} la moyenne

$s = s_x$ l'écart type

$f =$ la fréquence

Ces paramètres sont souvent manipulés simultanément, il convient de respecter les notations, afin d'éviter des erreurs d'identification.

Il faut remarquer que **m, σ, p** d'une part et **\bar{x}, s, f** d'autre part, sont des "**êtres**" **mathématiques différents**. Les premiers sont au sens de l'estimation classique de nombres certains ; les secondes sont la réalisation de variables aléatoires, qui, numériquement changent d'échantillon à un autre.

Variable discrète et variable continue :

Soit P_N , la population dont est extrait l'échantillon ξ_n de taille n .

On appelle série statistique, la liste chronologique des n réalisations numériques, notée x_i , si le caractère étudié s'appelle x .

Ce caractère peut être de type discret (nombre de naissance) souvent, dans ce cas, entier ou de type réel.

Par exemple lecture sur un appareil de mesure lorsque le caractère étudié est de type réel, la précision de l'appareil de mesure le discrétise à un nombre de chiffres significatifs liés à la dite précision.

Ainsi, il n'existe pas, dans la population humaine, deux individus ayant le même poids. Mais, si on mesure ce poids avec une balance ayant une précision de 100 grammes, tous les individus, de masse non différente de plus de 100 grammes; apparaîtront comme ayant le même poids. Il peut ainsi se faire que dans la liste des n x_i , certaines valeurs sont répétées. On peut alors construire la statistique (n_i, x_i) , où n_i est le

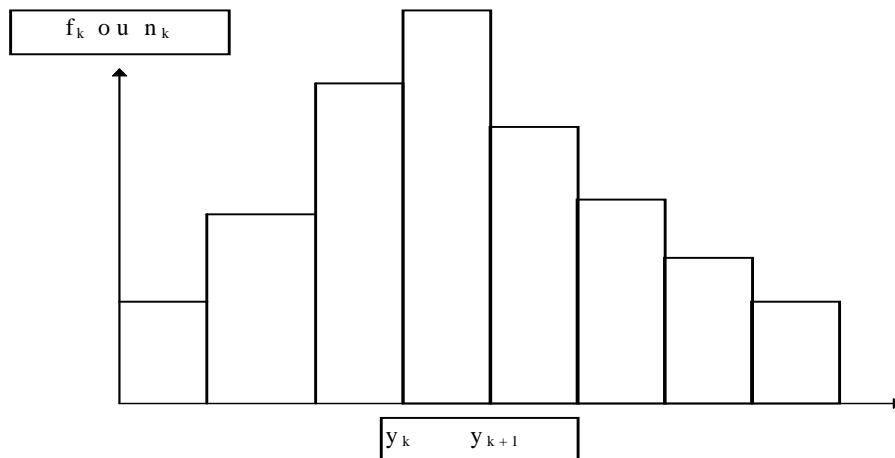
nombre, ou effectif absolu, ou fréquence absolue, d'observations x_i . On appelle fréquence relative : $f_i = \frac{n_i}{n}$
 bien sûr $\sum f_i = 1$ $\sum n_i = n$

Outils de la statistique descriptive

Histogrammes : si la taille de l'échantillon est élevée ($n > 30$ par exemple), on effectuera un regroupement en classes. Ceci permet de diminuer de manière importante les calculs numériques en acceptant une certaine perte d'information.

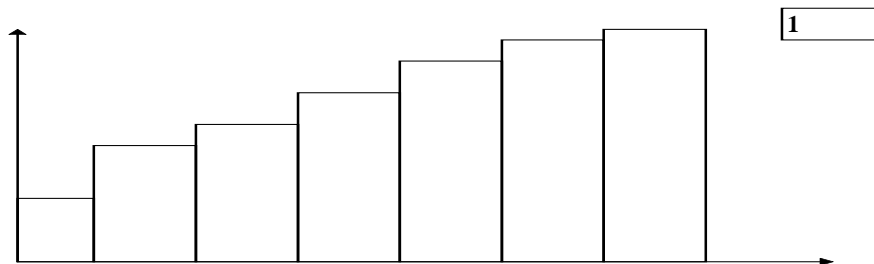
Depuis l'échantillon ordonné, on déduit des valeurs simples a et b , contenant $[y_1 ; y_n]$ ($y_1 = x_{\min} ; y_n = x_{\max}$) et on effectue un découpage du domaine $[a ; b]$ en p intervalles d'amplitudes constante Δy . Il reste à compter les effectifs n_k de la $k^{\text{ième}}$ classe $[y_k ; y_{k+1}[$. D'où la série regroupée : $\{n_k ; y'_k\}$, y'_k étant le "témoin" de la dite classe. Le bon sens conduit à prendre pour y'_k le milieu de $[y_k ; y_{k+1}[$.

La série statistique étant regroupée en classes, on peut construire l'histogramme simple des fréquences absolues.



Une autre construction est aussi à envisager ; celle de l'histogramme cumulé. A la verticale de $[y_k ; y_{k+1}[$ porte le cumul :

$$\sum_{j=1}^k n_j \quad \text{ou} \quad \sum_{j=1}^k f_j$$



Il est évident que l'histogramme simple fournit des informations très intéressantes (voire très importantes) sur la forme du phénomène étudié, qui n'est pas décelable depuis la série des résultats. L'histogramme cumulé est aussi porteur d'informations, il sera la liaison avec la fonction caractéristique.

Caractéristiques de la position centrale :

Il s'agit de formaliser l'expression populaire "ça fait en moyenne" donc de préciser selon quelles démarches, on établira numériquement, la valeur de la dite "moyenne".

Différentes approches sont possibles :

Mode

Cette caractéristique concerne un échantillon assez grand, soit de réalisations discrètes, soit de réalisations réelles regroupées en classes. Le mode est la valeur de x_i à laquelle est associée la plus grande fréquence.

L'avantage de cette caractéristique réside en ce qu'elle s'obtient instantanément, dès lors que le regroupement est effectué. Son grand **inconvenient** résulte du fait qu'elle n'est **pas forcément unique**, pour un échantillon donné.

Médiane

Sur la série statistique ordonnée, la médiane est une valeur qui sépare l'effectif en deux sous-groupes égaux (50% ; 50%). Son avantage est qu'elle est peu sensible aux valeurs extrêmes (min et max) ; son inconvenient se trouve dans le fait qu'elle se conjugue mal avec les caractéristiques de dispersion.

Moyen arithmétique (pondérée ou barycentrique)

C'est la caractéristique de position centrale fondamentale. Si le caractère étudié est nommé x , elle

sera notée \bar{x} et elle s'exprime par : $m_1^{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \approx \frac{1}{n} \sum_{k=1}^p n_k x_k^* = \frac{\sum_{k=1}^p f_k x_k^*}{1}$ s'il y a regroupement en p classes sur l'échantillon brut. Avec n_k l'effectif dans la classe k et f_k la fréquence dans cette même classe

Deux relations sont fondamentales :

$$\text{soit } y = ax + b ; \text{ calculons } \bar{y}, \text{ sachant } \bar{x}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i = \frac{1}{n} \sum (ax_i + b) = \frac{1}{n} a \sum x_i + \frac{1}{n} b * n = a \bar{x} + b$$

Soient les 2 séries statistiques $(n_1; x_1)$ et $(n_2; x_2)$, avec \bar{x}_1 et \bar{x}_2 de moyennes arithmétiques respectives. Alors, la moyenne \bar{x} de l'union des 2 séries est :

$$\bar{x} = \frac{n_2 \bar{x}_1 + n_1 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

Autres moyennes

Il existe d'autres moyennes, qui présentent de l'intérêt pour certains problèmes spécifiques :

a) Moyenne géométrique g (la somme est effectuée sur le nombre des classes)

$$g = \left\{ \prod_{i=1}^p (x_i)^{n_i} \right\}^{1/n} \quad \text{d'où} \quad \ln(g) = \frac{1}{n} \sum n_i (\ln(x_i))$$

donc le log de la moyenne géométrique est la moyenne arithmétique.

b) Moyenne harmonique h (la somme est effectuée sur le nombre des classes)

$$h = \frac{n}{\sum \frac{n_i}{x_i}} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{h} = \frac{1}{n} \sum n_i \left(\frac{1}{x_i} \right)$$

donc l'inverse de la moyenne harmonique est la moyenne arithmétique des inverses.

c) Moyenne quadratique q (la somme est effectuée sur le nombre des classes)

$$q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum x_i^2} \quad \text{d'où} \quad q^2 = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2$$

donc le carré de la moyenne quadratique est la moyenne arithmétique des carrés

Remarque : on démontre que $h < \bar{x} < q$

Caractéristiques de dispersion

Il s'agit de préciser comment on peut modéliser la propriété de fluctuation des réalisations, autour de leur tendance "moyenne", phénomène bien mis en évidence dans l'expression populaire "ça tourne autour de...". Ici également l'approche n'est pas unique.

Etendue (ou range) w

C'est simplement l'amplitude du domaine des réalisations, soit

$$w = y_n - y_1$$

Cette caractéristique a l'avantage de s'obtenir instantanément, dès lors que l'échantillon est ordonné. Elle présente le **grave inconvénient** de **n'utiliser, quelle que soit la taille de l'échantillon, que deux réalisations**, qui plus est, celles extrêmes, donc **les plus "douteuses"** éventuellement.

Cette caractéristique est peu performante. Elle est néanmoins utilisée dans certains essais de contrôle de fabrication.

Écart moyen e. écart quadratique et écart quadratique moyen

Faisons une remarque préalable, valable pour toute la suite des définitions. Dès lors que l'on veut exprimer une formule **d'écart à la tendance moyenne**, si la tendance moyenne est représentée par la moyenne arithmétique \bar{x} , le bon sens conduit à travailler sur des fonctions dont **la forme de départ soit $x_i - \bar{x}$** .

$$\text{L'écart moyen s'exprime par : } e = \frac{1}{n} \sum | \bar{x} - x_i |$$

Cette caractéristique est la plus performante des caractéristiques de dispersion. Malheureusement, le fait qu'elle fasse intervenir des valeurs absolues la rend difficilement maniable. Sauf pour des problèmes spécifiques, elle n'est pas utilisée.

Mais apparaît une déconvenue. En effet :

$$e = \frac{1}{n} \sum \bar{x} - \frac{1}{n} n \bar{x} = \bar{x} - \bar{x} = 0$$

Donc cette expression étant identiquement nulle, il faut "monter" à un degré supérieur. d'où la définition de l'écart quadratique $m_2(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$

C'est la caractéristique fondamentale de dispersion, caractéristique de laquelle on va déduire l'écart quadratique moyen, noté s et qui en est la racine carrée :

$$s_x = \sqrt{m_2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

La définition de l'écart quadratique moyen se justifie par le fait que l'on sera conduite, presque toujours, à associer moyenne \bar{x} et caractéristique de fluctuation. Comme m_2 est homogène au degré 2, et que la moyenne est de degré 1, il est donc nécessaire d'homogénéiser.

Deux relations fondamentales :

. Soit $y = ax + b$

Sachant $m_2(x)$, on veut connaître $m_2(y)$

$$\begin{aligned} m_2(y) &= \frac{1}{n} \sum (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{n} \sum [(ax_i + b) - (a\bar{x} + b)]^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum n_i a^2 (x_i - \bar{x})^2 = a^2 v(x) \end{aligned}$$

d'où en corollaire : $s_y = |a| s_x$

. Relation de Koenig

$$\begin{aligned} m_2(x) &= \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i^2 - 2\bar{x}x_i + \bar{x}^2) \\ &= \frac{1}{n} \sum x_i^2 - 2\bar{x} \frac{1}{n} \sum x_i + \bar{x}^2 \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - \bar{x}^2 \end{aligned}$$

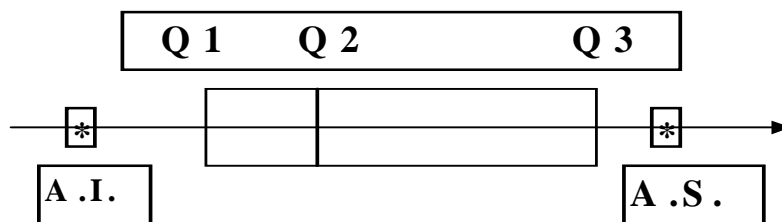
C'est **toujours** par cette formule qu'on calculera la moyenne quadratique.

* L'intervalle interquartile

Les quartils Q_1, Q_2, Q_3 , sont définis par $F(Q_1) = 0,25, F(Q_2) = 0,5, F(Q_3) = 0,75$

$|Q_3 - Q_1|$ est un indicateur de dispersion.

Diagramme de dispersion



$$A.I. = Q_1 - \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1)$$

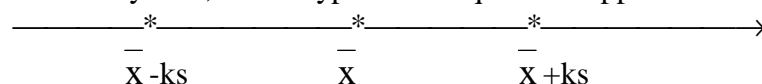
$$A.S. = Q_3 + \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1)$$

A.I. = adjacent inférieur ; A.S. = adjacent supérieur

Les valeurs "extérieures" représentées par des * sont celles qui sortent des "moustaches". La comparaison entre diagramme en boîte est plus aisée que la comparaison de plusieurs histogrammes.

Relation de Bienaimé - Tchebychef

Cette relation lie la moyenne, l'écart-type et la fréquence d'appartenance à un intervalle.



On veut calculer une borne inférieure de la fréquence d'appartenance des réalisations x_i à l'intervalle $I = [\bar{x} - ks; \bar{x} + ks]$, c'est-à-dire à l'intervalle centré sur la moyenne et de longueur $2ks$.

I contient donc les réalisations satisfaisant $|x_i - \bar{x}| < ks$

\bar{I} contient donc les réalisations satisfaisant $|x_i - \bar{x}| \geq ks$

On a :

$$s^2 = V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 \geq \frac{1}{n} \sum_{x_i \in \bar{I}} n_i (n_i - \bar{n})^2 \geq \frac{1}{n} \sum_{x_i \in \bar{I}} n_i h^2 s^2$$

$$\text{donc } 1 \geq h^2 \frac{1}{n} \sum_{x_i \in \bar{I}} n_i$$

Mais $\frac{1}{n} \sum_{x_i \in \bar{I}} n_i$ est précisément la fréquence (ou%) des réalisations x_i extérieures à I ; soit $f_{\bar{I}}$ cette

fréquence. On peut écrire : $f_{\bar{I}} \leq \frac{1}{k^2}$. Donc la fréquence f_I des x_i appartenant à l'intervalle I est

bornée inférieurement par $1 - \frac{1}{k^2}$ soit $f_I > 1 - \frac{1}{k^2}$

avec $k = 2$ et $k = 3$, on trouve respectivement les bornes inférieures 0,75 et 0,89, issues de $1 - \frac{1}{2^2}$ et $1 - \frac{1}{3^2}$

L'intérêt de cette inégalité réside dans le fait qu'elle est toujours vraie. Son inconvénient est qu'elle fournit, en réalité (on le verra plus tard, par comparaison), une information peu importante.

Généralisation des moments ; coefficients de forme

Les formules de \bar{x} et de s^2 peuvent être considérées comme des cas particuliers de formes plus générales, quant à la puissance des "radicaux" x_i et $(x_i - \bar{x})$. Cela incite donc à une généralisation. D'autre part, si la moyenne fournit l'information concernant la tendance générale, et si la moyenne quadratique fournit l'information concernant la fluctuation, il est bon de se demander si des informations supplémentaires sont souhaitables, et si oui, lesquelles.

La réponse est affirmative. En effet, deux échantillons peuvent avoir même moyenne et même écart-type, mais présenter des histogrammes très différents, cela traduisant des phénomènes eux aussi très différents. La forme sera définie par 2 paramètres l'un d'asymétrie, l'autre d'aplatissement. Ces coefficients vont précisément s'exprimer par certaines des généralisations énumérées plus haut.

a) Moments non centrés : m'_k d'ordre k

$$m'_k = \frac{1}{n} \sum x_i^k \approx \sum f_j x_j^k$$

d'où $m'_0 = 1 (= \sum f_i)$; $m'_1 = \bar{x}$; $m'_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2$

b) Moments centrés : m_k

$$m_k = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^k$$

c) Relations entre moments centrés et moments non centrés

Depuis le développement binomial

si $k = 0$, on retrouve la relation Koenig : $m_2 = m'_2 - (m'_1)^2$

si $k = 3$, on obtient : $m_3 = m'_3 - 3m'_2 m'_1 + 2(m'_1)^3$

si $k = 4$, il vient : $m_4 = m'_4 - 4m'_3 m'_1 + 6m'_2 (m'_1)^2 - 3(m'_1)^4$

etc...

d) Coefficients d'asymétrie et d'aplatissement

Le coefficient d'asymétrie est défini par : $g_1 = \frac{m_3}{(s)^3} = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}}$

C'est un nombre sans dimension.

- négatif si la distribution est étalée vers les faibles valeurs
- nul si la distribution est symétrique
- positif si la distribution est étalée à droite

Le coefficient d'aplatissement est défini par : $g_2 = \frac{m_4 - 3(m_2)^2}{(s)^4} = \frac{m_4}{(m_2)^2} - 3$

C'est également un nombre sans dimension,

- négatif si la distribution est plus aplatie que celle de la loi normale,
- nul si la distribution a l'aplatissement d'un phénomène normal,
- positif si la distribution est moins aplatie que celle de la loi normale.

Remarque : si graphiquement, l'asymétrie se conçoit et se voit fort bien, l'aplatissement est graphiquement, beaucoup plus subtil à "saisir".